

用于壁板结构多模态振动主动控制的 改进最小控制合成(MCS)算法

马天兵^{1,2}, 裘进浩¹, 季宏丽¹

(1. 南京航空航天大学机械结构力学及控制国家重点实验室, 210016, 南京;

2. 安徽理工大学机械工程学院, 232001, 安徽淮南)

摘要: 针对压电壁板结构, 引入具有良好非线性控制性能的最小控制合成(minimal controller synthesis, MCS)算法来抑制其振动. 鉴于标准的 MCS 算法在快速扰动下缺乏稳定性, 为进一步提高其控制效果, 构造了一种新的自适应补偿因子, 形成了改进 MCS 算法——IMCS 算法, 并通过波波夫准则验证了该控制系统的稳定性. 选取 LQR(linear quadratic regulator)控制作为参考模型, 分别施加宽频随机扰动和前 2 阶正弦混合脉冲激励, 分析比较了 IMCS 算法和标准 MCS 算法的控制效果、自适应增益因子和跟踪误差. 仿真结果表明, IMCS 算法具有更快的收敛速度和更小的跟踪误差; 多模态扰动实验结果表明, 当存在外部非线性扰动时, IMCS 算法具有更好的控制效果和鲁棒性.

关键词: 压电壁板结构; 改进最小控制合成算法; 振动控制; 多模态扰动

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2012)07-0087-06

Improved Minimal Controller Synthesis (MCS) Algorithm for Multi-Modal Active Vibration Control of Piezoelectric Panel Structure

MA Tianbing^{1,2}, QIU Jinhao¹, JI Hongli¹

(1. State Key Laboratory of Mechanics and Control of Mechanical Structures, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China; 2. College of Mechanical Engineering, Anhui University of

Science and Technology, Huainan, Anhui 232001, China)

Abstract: To suppress the vibration of piezoelectric panel structure, the minimal controller synthesis (MCS) algorithm with perfect nonlinear control performances is usually adopted. For its lack of robustness under rapid perturbations, a new adaptive gain compensation function is constructed to improve standard MCS algorithm. The linear quadratic regulator control is selected as reference model, and the stability of control system is verified by Popov standards. Simulation shows the faster convergence rate and smaller tracking error of the improved MCS algorithm in adaptive gains, track errors and control effects compared with standard MCS algorithm under random signal or sine signal mixed impulse stimulation. And multi-modal disturbance control experiment demonstrates the better control effect and robustness than standard MCS algorithm under nonlinear disturbances.

Keywords: piezoelectric panel structure; improved minimal controller synthesis; vibration control; multi-modal disturbance

收稿日期: 2011-11-16. 作者简介: 马天兵(1981—),男,博士生,安徽理工大学副教授;裘进浩(通信作者),男,教授,博士生导师,国家千人计划、长江学者特聘教授. 基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(50830201);长江学者和创新团队发展计划资助项目(IRT0968);航空科学基金资助项目(2010ZA23002);江苏省普通高校研究生科研创新计划资助项目(CX-LX11_0186);江苏高校优势学科建设工程资助项目.

网络出版时间: 2012-03-31

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20120331.1733.003.html>

压电智能结构振动主动控制研究已取得很多成果,出现了最优控制、自适应控制、鲁棒控制、滑模变结构控制、内模控制、模糊控制、系统辨识和神经网络控制等众多方法^[1-3],但大部分方法都是基于线性模型的,非线性振动控制主要采用神经网络技术,往往需要设计辨识器或观测器,将使在线辨识存在实时性问题. Stoten 等^[4]提出了最小控制合成(MCS)算法,属于模型参考自适应控制算法的改进,但又不同于模型参考自适应控制算法,因为除了自由度和系统状态的维数外,它不需要预先知道被控动力系统的任何参数信息,并且对内外复合扰动具有有效的补偿能力^[5-6]. MCS 算法已被证明在系统参数变化、外部干扰、系统内部动力耦合与系统非线性的情况下具有良好的闭环鲁棒性^[4]. 但是,标准的 MCS 算法只在缓变扰动情况下能保证系统渐进稳定,而在快速扰动下则无法保证系统的稳定性,所以必须对标准的 MCS 算法进行改进^[7-9]. 文献[7-9]提出运用 sign 函数补偿 MCS 算法来控制非线性混沌系统,但该函数容易出现抖振现象,并且在文献[7]的补偿因子中,常数完全依据经验选取,会导致控制能量浪费,而文献[8-9]引入的正积分环节和高频切换的 sign 函数会导致控制器饱和.

本文基于超稳定性理论,引入一种新的自适应增益补偿函数,选取 LQR(linear quadratic regulator)控制作为参考模型,提出一种改进的 MCS 控制策略——IMCS,并通过波波夫准则验证了该系统的稳定性,最后以飞机壁板的前 2 阶振动模态控制为研究对象,分别施加正弦、脉冲和随机扰动,仿真和实验结果表明,IMCS 算法在振动主动控制中具有良好的控制效果和稳定性.

1 IMCS 算法原理

1.1 原理介绍

假设系统的状态方程可表示为

$$\dot{\mathbf{X}}_p = \mathbf{A}\mathbf{X}_p(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{D}(\mathbf{X}_p, t) \quad (1)$$

式中: $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ 为被控对象的状态方程系数矩阵; $\mathbf{X}_p$ 为被控系统变量; $\mathbf{u}(t)$ 为作动器上的电压; $\mathbf{D}(\mathbf{X}_p, t)$ 表示未知的干扰. 标准 MCS 算法中控制信号的状态反馈控制律为^[4]

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}(t)\mathbf{X}_p(t) + \mathbf{K}_r(t)\mathbf{r}(t) \quad (2)$$

式中: $\mathbf{r}(t)$ 为参考输入; $\mathbf{K}(t)$ 和 $\mathbf{K}_r(t)$ 为自适应结构调整的反馈和前馈增益,可由下式得出

$$\mathbf{K}(t) = \int_0^t \alpha \mathbf{y}_e(\tau) \mathbf{X}_p(\tau) d\tau + \beta \mathbf{y}_e(t) \mathbf{X}_p(t);$$

$$\mathbf{K}_r(t) = \int_0^t \alpha \mathbf{y}_e(\tau) \mathbf{r}^T(\tau) d\tau + \beta \mathbf{y}_e(t) \mathbf{r}^T(t) \quad (3)$$

其中 α 、 β 为正的加权系数,是算法中主要调整的参数,决定着自适应的效果,依据文献[10],一般根据经验取 $\alpha/\beta=10$,所以本文中经过多次实验,选取 $\alpha=0.1$, $\beta=0.01$.

$\mathbf{y}_e(t)$ 为输出误差信号, $\mathbf{e}(t)$ 为状态误差信号, $\mathbf{C}_e$ 为误差系数,可由下式求解

$$\mathbf{y}_e(t) = \mathbf{C}_e \mathbf{e}(t) = \mathbf{C}_e (\mathbf{X}_m(t) - \mathbf{X}_p(t)) \quad (4)$$

$$\mathbf{C}_e = [0 \quad 1] \mathbf{P} \quad (5)$$

式中: $\mathbf{X}_m$ 为参考模型的状态变量; $\mathbf{P}$ 为正定阵,且满足

$$\mathbf{P}\mathbf{A}_m + \mathbf{A}_m^T \mathbf{P} = -\mathbf{S}; \quad \mathbf{S} > 0 \quad (6)$$

其中 $\mathbf{A}_m$ 为参考模型的状态方程系数矩阵, $\mathbf{S}$ 为一给定的正定阵.

为了克服标准 MCS 算法的缺点,构造了一种自适应的增益补偿因子 $\mathbf{K}_b(t) \tanh(\mathbf{y}_e(t))$,以有效抑制非线性快速扰动可能引起的不稳定

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}(t)\mathbf{X}_p(t) + \mathbf{K}_r(t)\mathbf{r}(t) + \mathbf{K}_b(t) \tanh(\mathbf{y}_e(t)) \quad (7)$$

式中: $\mathbf{K}_b(t) = \int_{t_1}^{t_2} \lambda |\mathbf{y}_e(t)| dt$, λ 为一正数.

IMCS 算法的控制原理见图 1, 图中 $\mathbf{K}_{op}(t)$ 为 LQR 最优反馈系数.

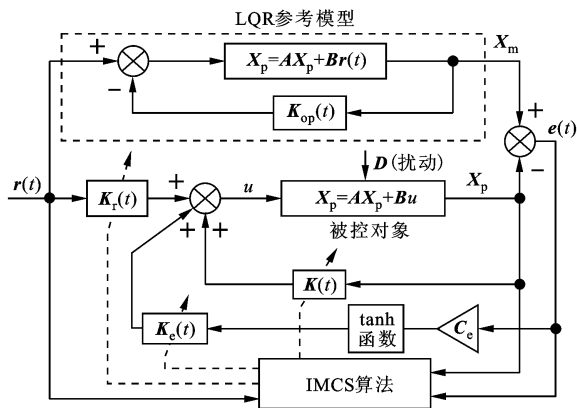


图1 IMCS 算法的控制原理

1.2 稳定性证明

基于超稳定性理论的波波夫准则常被用来讨论非线性系统的稳定性问题,本文采用该准则来验证 IMCS 算法的稳定性.

因为参考模型方程和误差方程分别为

$$\dot{\mathbf{X}}_m = \mathbf{A}_m \mathbf{X}_m(t) + \mathbf{B}_m \mathbf{r}(t) \quad (8)$$

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{X}_m(t) - \mathbf{X}_p(t) \quad (9)$$

其中 $\mathbf{B}_m$ 为参考模型的状态方程系数矩阵,所以综

合式(1)、(2)、(7)~(9)可知

$$\dot{\boldsymbol{e}}(t)=\boldsymbol{A}_m\boldsymbol{e}(t)+[\boldsymbol{A}_m-\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}(t)]\boldsymbol{X}_p(t)+[\boldsymbol{B}_m-\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}_r(t)]\boldsymbol{r}(t)-[\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}_b(t)\tanh(\boldsymbol{y}_e)+\boldsymbol{D}(\boldsymbol{X}_p,t)]$$

(10)

令

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\phi}&=[\boldsymbol{A}_m-\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}(t)\quad\boldsymbol{B}_m-\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}_r(t)]=\\&[\boldsymbol{A}_m-\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}(\boldsymbol{K}_\alpha(t)+\boldsymbol{K}_\beta(t))\\&\quad\boldsymbol{B}_m-\boldsymbol{B}(\boldsymbol{K}_{r\alpha}(t)+\boldsymbol{K}_{r\beta}(t))];\\ \boldsymbol{\phi}_\alpha(t)&=[\boldsymbol{A}_m-\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}_\alpha(t)\quad\boldsymbol{B}_m-\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}_{r\alpha}(t)];\\ \boldsymbol{\phi}_\beta(t)&=[-\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}_\beta(t)\quad-\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}_{r\beta}(t)];\\ \boldsymbol{w}(t)&=[x_1\quad\cdots\quad x_n\quad r]^T\end{aligned}$$

(11)

式中

$$\begin{aligned}\boldsymbol{K}_\alpha(t)&=\int_0^t\alpha\boldsymbol{y}_e(\tau)\boldsymbol{X}_p(\tau)\mathrm{d}\tau\\ \boldsymbol{K}_\beta(t)&=\beta\boldsymbol{y}_e(t)\boldsymbol{X}_p(t)\\ \boldsymbol{K}_{r\alpha}(t)&=\int_0^t\alpha\boldsymbol{y}_e(\tau)\boldsymbol{r}^T(\tau)\mathrm{d}\tau\\ \boldsymbol{K}_{r\beta}(t)&=\beta\boldsymbol{y}_e(t)\boldsymbol{r}^T(t)\end{aligned}$$

假设自适应律的变化速度远快于 $\boldsymbol{A}$ 、 $\boldsymbol{B}$ 的变化速度, b 、 d_1 分别为 $\boldsymbol{B}$ 、 $\boldsymbol{D}$ 矩阵右下角的元素,则

$$\dot{\boldsymbol{\phi}}_\alpha(t)=[-\boldsymbol{B}\dot{\boldsymbol{K}}_\alpha(t)\quad-\boldsymbol{B}\dot{\boldsymbol{K}}_{r\alpha}(t)]$$

(12)

因为

$$\dot{\boldsymbol{K}}_\alpha(t)=\alpha\boldsymbol{y}_e(t)\boldsymbol{X}_p^T(t);\quad\dot{\boldsymbol{K}}_{r\alpha}(t)=\alpha\boldsymbol{y}_e(t)\boldsymbol{r}(t)$$

(13)

所以

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{\phi}}_\alpha(t)&=[-\boldsymbol{B}\alpha\boldsymbol{y}_e(t)\boldsymbol{X}_p^T(t)\quad-\boldsymbol{B}\alpha\boldsymbol{y}_e(t)\boldsymbol{r}(t)]=\\&[-\boldsymbol{B}\alpha\boldsymbol{y}_e(t)\quad-\boldsymbol{B}\alpha\boldsymbol{y}_e(t)]\boldsymbol{w}(t)\\ \Rightarrow\dot{\boldsymbol{\phi}}_{i\alpha}(t)&=-b\alpha\boldsymbol{y}_e(t)\omega_i(t)=\frac{\alpha}{\beta}\boldsymbol{\phi}_{i\beta}(t)\end{aligned}$$

(14)

$$\Rightarrow I_1=\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{y}_e(t)[- \boldsymbol{\phi}(t)\boldsymbol{w}(t)]\mathrm{d}t=\sum I_{i\alpha}+\sum I_{i\beta}$$

(15)

则存在某正数 γ^2 和 $\gamma_{i\alpha}^2$

$$\begin{aligned}\Rightarrow I_{i\alpha}&=\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{y}_e(t)[- \boldsymbol{\phi}_{i\alpha}(t)\omega_i(t)]\mathrm{d}t=\\&\frac{1}{b\alpha}\int_{t_1}^{t_2}[\boldsymbol{\phi}_{i\alpha}(t)\dot{\boldsymbol{\phi}}_{i\alpha}(t)]\mathrm{d}t=\frac{1}{2b\alpha}[\boldsymbol{\phi}_{i\alpha}^2(t)]\Big|_{t_1}^{t_2}\geqslant-\gamma_{i\alpha}^2\end{aligned}$$

(16)

$$\begin{aligned}I_{i\beta}&=\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{y}_e(t)[- \boldsymbol{\phi}_{i\beta}(t)\omega_i(t)]\mathrm{d}t=\\&\frac{1}{b\beta}\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{\phi}_{i\beta}^2(t)\mathrm{d}t\geqslant 0\end{aligned}$$

(17)

$$\Rightarrow I_1=\sum I_{i\alpha}+\sum I_{i\beta}\geqslant-\sum\gamma_{i\alpha}^2=-\gamma^2$$

(18)

当 $\boldsymbol{y}_e(t)\rightarrow 0$ 时

$$\begin{aligned}\tanh(\boldsymbol{y}_e(t))&\approx\boldsymbol{y}_e(t)\Rightarrow f(\boldsymbol{y}_e(t))=\\ \boldsymbol{y}_e(t)&\left[d+b\lambda\left(\int_{t_1}^{t_2}|\boldsymbol{y}_e(t)|\mathrm{d}t\right)\tanh(\boldsymbol{y}_e(t))\right]=\\ &\boldsymbol{d}\boldsymbol{y}_e(t)+b\lambda\left(\int_{t_1}^{t_2}|\boldsymbol{y}_e(t)|\mathrm{d}t\right)\boldsymbol{y}_e^2(t)\end{aligned}$$

(19)

因为 λ 、 b 、 $\int_{t_1}^{t_2}|\boldsymbol{y}_e(t)|\mathrm{d}t>0$,所以 $f(\boldsymbol{y}_e(t))$ 开口向上并与横轴有 2 个交点,存在等于右交点横轴坐标值的 t_1 ,对于任何 $t>t_1$ 都有 $f(\boldsymbol{y}_e(t))>0$

$$\Rightarrow I_2=\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{y}_e(t)\left[d+b\lambda\left(\int_{t_1}^{t_2}|\boldsymbol{y}_e(t)|\mathrm{d}t\right)\tanh(\boldsymbol{y}_e(t))\right]\mathrm{d}t\geqslant 0$$

(20)

$$\Rightarrow I=I_1+I_2=\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{y}_e(t)\left[-\boldsymbol{\phi}(t)\boldsymbol{w}(t)+d+b\lambda\left(\int_{t_1}^{t_2}|\boldsymbol{y}_e(t)|\mathrm{d}t\right)\tanh(\boldsymbol{y}_e(t))\right]\mathrm{d}t\geqslant-\gamma^2$$

(21)

根据波波夫准则可以证明,该闭环控制系统在非线性扰动情况下具有全局渐进稳定性.

2 LQR 参考模型的确定

实验壁板尺寸为 860 mm×550 mm×1 mm,压电片尺寸为 30 mm×30 mm×0.2 mm,板结构为四边固支,模型的频率和阻尼比参数可通过德国 m+p 公司的 SO Analyzer4.0 软件实现锤击法来识别.

根据参考文献[11],选取 $\boldsymbol{Q}=\begin{bmatrix}10^8&0\\0&10^8\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{R}=[1]$,借助于 MATLAB 求解,可求得每阶模态控制的反馈系数,如表 1 所示.

表 1 系统参数

模态	频率/Hz	阻尼比	反馈系数
第 1 阶	167	0.015 9	(1 033.2, 8.89)
第 2 阶	237	0.016 8	(528.63, 5.90)

3 仿真结果与分析

仿真系统中取 $\alpha=0.1$, $\beta=0.01$, $\lambda=10$, e_1 和 e_2 分别为位移和速度跟踪误差, K_1 和 K_2 分别为位移与速度的自适应反馈增益系数.选取 $\boldsymbol{S}=\begin{bmatrix}0.01&0\\0&0.01\end{bmatrix}$,可求得前 2 阶跟踪误差系数分别为 $\boldsymbol{C}_{e1}=[-0.5\quad 25.41]$; $\boldsymbol{C}_{e2}=[-0.5\quad 67.99]$ 分别采用宽频随机信号和正弦混合脉冲信号激

励,整个仿真时间为 1 s,随机扰动频率为 20~500 Hz,幅值为 50 V;施加正弦混合脉冲信号激励,2 种正弦脉冲信号的频率分别为 167 和 237 Hz,幅值均为 5 V,在 0.4~0.6 s 施加一脉冲信号,其最大峰值为 40 V,0.7 s 后自由衰减.通过 MCS 和 IMCS 算法控制,根据自适应前馈和反馈系数、误差信号、位移响应来比较控制效果.

从图 2~图 9 可以看出,无论是随机扰动、正弦扰动、脉冲扰动还是自由衰减,IMCS 算法的自适应前馈和反馈增益系数以及跟踪误差的收敛速度都比 MCS 算法的更快,跟踪误差更小,控制效果更好.

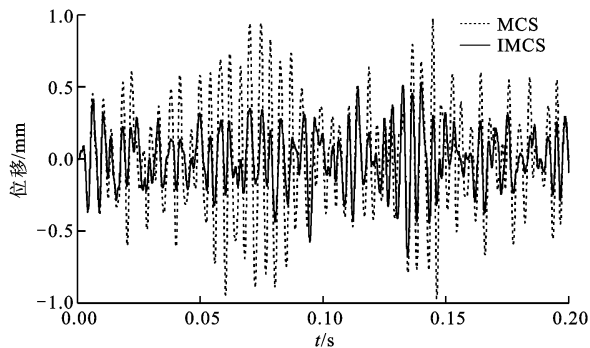


图 2 随机扰动下的位移响应

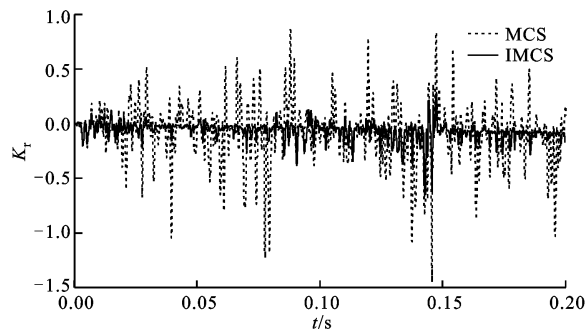


图 3 随机扰动下前馈增益系数的变化

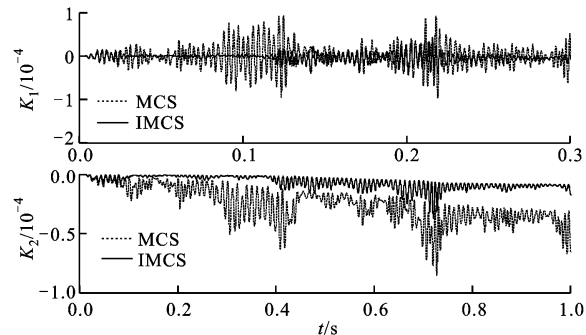


图 4 随机扰动下反馈增益系数的变化

4 实验结果与分析

整个实验装置由个人计算机、DSPACE 系统、ARJ21 型飞机壁板结构、HEA-200D 型功放(南京

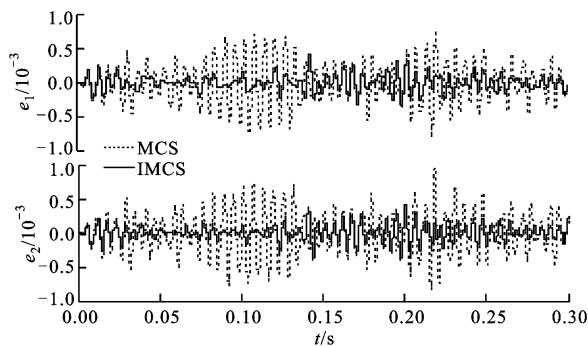


图 5 随机扰动下跟踪误差的变化

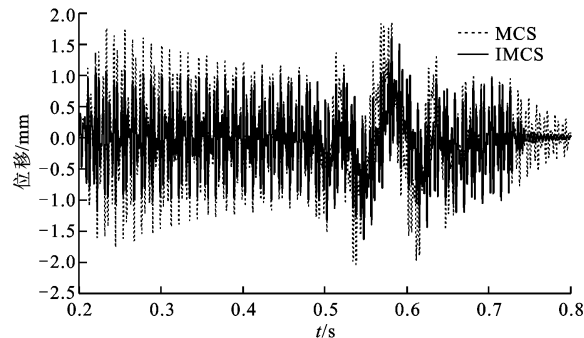


图 6 混合信号扰动下的位移响应

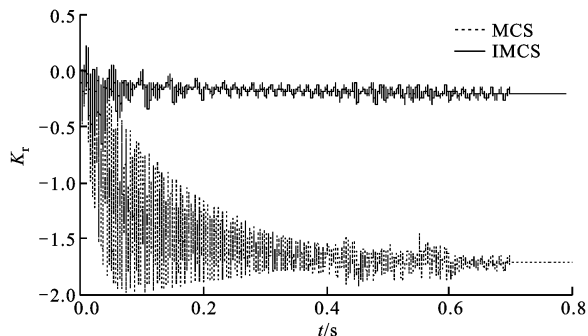


图 7 混合信号扰动下前馈增益系数的变化

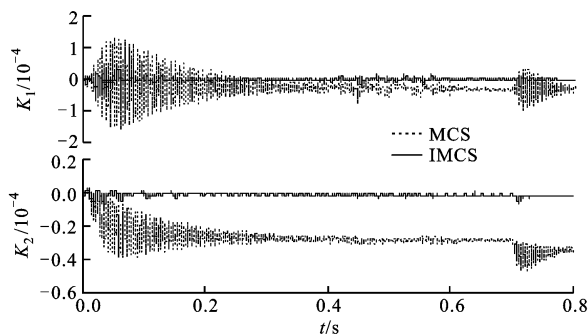


图 8 混合信号扰动下反馈增益系数的变化

佛能公司产)、示波器和压电片组成.根据激光测振仪测出壁板的模态特征,选取压电片 1 为激励片,压电片 2 为传感片,压电片 3 为第 1 阶模态驱动器,压电片 4 为第 2 阶模态驱动器.在 SIMULINK 里编写算法程序,然后下载至 DSPACE 系统实现相应的

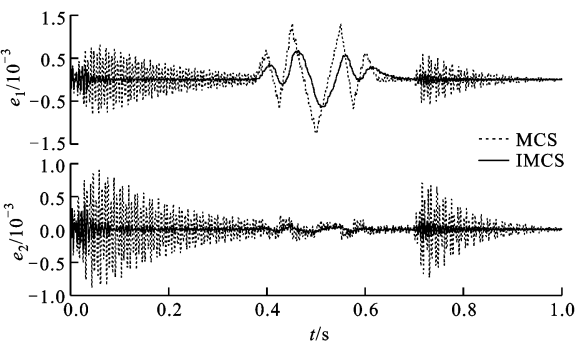


图 9 混合信号扰动下跟踪误差的变化

控制功能. 考虑到能够充分激起前 2 阶模态, 功放 1 输入端接收的第 1 阶激励电压幅值为 7 V, 第 2 阶为 2 V, 随机噪声幅值为 $-5\sim+5$ V, 频率为 50~500 Hz, 调节增益使其输出电压峰峰值为 100 V. 实验系统示意图如图 10 所示. 在实验过程中, 2 种方法在 167 Hz 处最终施加的控制电压峰峰值都约为 95 V, 在 237 Hz 处施加的控制电压峰峰值都约为 25 V.

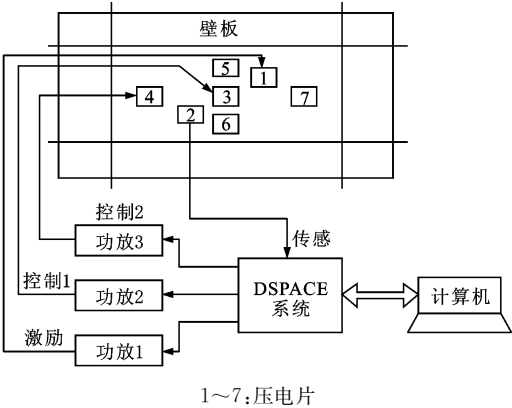


图 10 实验系统示意图

当前 2 阶模态由正弦信号激励时, 由图 11 和表 2 可知, 虽然 MCS 算法分别抑制了 9.2 和 13.1 dB 的振动幅值, 但是 IMCS 算法分别抑制了 22.60 和 29.99 dB, 而且图 11b 显示, MCS 算法的控制溢出现象较突出, 在一定程度上影响了控制效果. 当前 2 阶模态由正弦混合随机噪声信号激励时, 由图 12 和表 2 可知, MCS 算法分别抑制了 12.9 和 9.67 dB 的振动幅值, 而 IMCS 算法相对于 MCS 算法仅改善了 1.5 和 3.99 dB, 提升的效果并不是十分明显, 这主要是因为宽频噪声激起壁板结构的多阶模态, 而建模过程中只考虑了前 2 阶模态, 模态截断在一定程度上引起了系统误差, 导致溢出的发生, 从而影响整体的控制效果, 出现了类似文献[12]中的模态重组现象. 图 11b 和图 12b 显示, 2 种控制方法在一定程度上都存在控制溢出, 且在第 2 阶模态附近较明显, 在 244 Hz

处 MCS 激起的溢出模态幅值与其第 2 阶控制后的模态幅值在上述 2 种激励下的差值分别为 -9.88 和 -6.67 dB, IMCS 的则为 -24.08 和 -7.31 dB, 可见改进后的方法在控制溢出上有所改善.

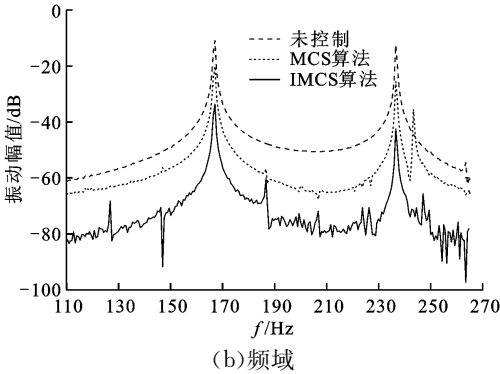
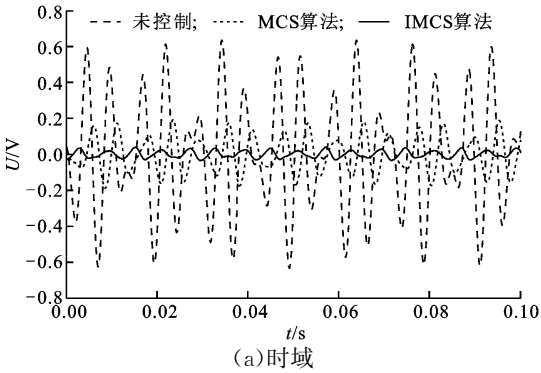


图 11 正弦信号扰动下的振动控制效果

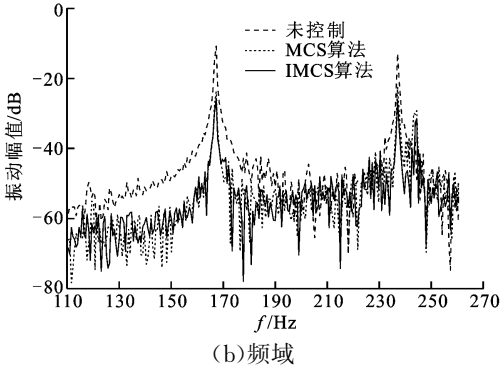
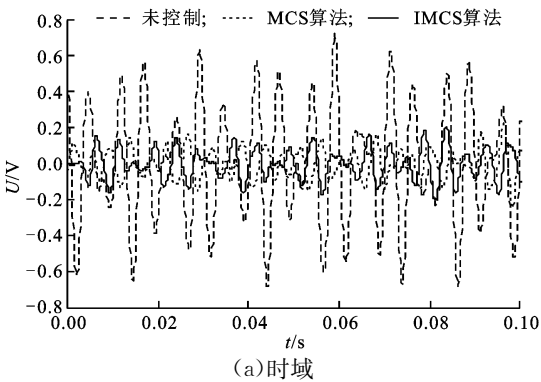


图 12 正弦混合随机噪声扰动下的振动控制效果

表 2 实验控制效果

激励信号	MCS 算法			IMCS 算法		
	控制前幅值/dB	控制后幅值/dB	控制效果/dB	控制前幅值/dB	控制后幅值/dB	控制效果/dB
167 Hz+ 237 Hz	(-11.00, -12.62)	(-20.20, -25.72)	(-9.20, -13.10)	(-11.10, -12.64)	(-33.70, -42.63)	(-22.60, -29.99)
167 Hz+ 237 Hz+ 随机噪声	(-10.90, -12.92)	(-23.80, -22.59)	(-12.90, -9.67)	(-11.30, -12.6)	(-25.70, -26.26)	(-14.40, -13.66)

关于溢出抑制将是我们后续重点研究的问题,拟考虑采用对溢出不敏感的 PPF 算法来进行复合控制。总体来说,本文提出的 IMCS 算法由于引入了自适应的增益补偿函数来不断修正控制电压,可使跟踪误差更小,自适应系数收敛更快,从而使得抑制壁板振动的效果优于 MCS 算法。

5 总 结

本文针对壁板的前 2 阶模态,引入 MCS 算法对其振动进行控制,通过选取 LQR 控制作为参考模型,并根据波波夫准则设计了自适应增益补偿因子来改进 MCS 算法,从而形成了 IMCS 算法,并进行了稳定性证明。通过施加正弦、随机或脉冲扰动激励,比较了自适应前馈和反馈增益系数、跟踪误差和控制效果,仿真和实验结果表明:IMCS 算法比 MCS 算法具有更好的控制性能,在压电壁板结构的多模态振动主动控制中具有十分良好的控制效果。

参考文献:

[1] QIU Jinhao, HARAGUCHI M. Vibration control of a plate using a self-sensing piezoelectric actuator and an adaptive control approach [J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2006, 17(8/9): 661-669.

[2] JI H L, QIU J H, WU Y P. Novel approach of self-sensing actuation for active vibration control [J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2011, 22(5): 449-459.

[3] 顾仲权,马扣根,陈卫东. 振动主动控制[M]. 北京:国防工业出版社,1998.

[4] STOTEN D P, BENCHOUBANE H. Robustness of a minimal controller synthesis algorithm [J]. Int J Control, 1990, 51(4): 851-861.

[5] 陈复阳,姜斌. 自适应控制与应用[M]. 北京:国防工业

出版社,2009.

[6] 张凯静,周莉萍,王官磊. 最小控制合成算法在结构振动控制中的应用[J]. 华中科技大学学报:城市科学版, 2010, 27(3): 76-80.

ZHANG Kaijing, ZHOU Liping, WANG Guanlei. Minimal control synthesis algorithm in structural vibration control [J] Journal of Huazhong University of Science and Technology: Urban Science Edition, 2010, 27(3): 76-80.

[7] STOTEN D P, BENCHOUBANE H. The extended minimal controller synthesis algorithm [J]. Int J Control, 1992, 56(5): 1139-1165.

[8] DI BERNARDO M, STOTEN D P. A new extended minimal control synthesis algorithm with an application to the control of chaotic systems [C]//Proceedings of the 36th Conference on Decision & Control. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 1997: 1902-1907.

[9] DI BERNARDO M, STOTEN D P. Minimal control synthesis adaptive control of chaos nonlinear systems: utilizing the properties of chaos [J]. Phil Trans R Soc: A, 2006, 364(9): 2397-2415.

[10] 瞿伟廉,查小鹏. 基于最小控制综合算法的结构振动控制研究[J]. 武汉理工大学学报, 2007, 29(1): 145-148.

QU Weilian, ZHA Xiaopeng. Application of minimal control synthesis algorithm to structural vibration control [J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2007, 29(1): 145-148.

[11] 田海明. 智能悬臂梁的振动控制及其优化配置[D]. 兰州:兰州理工大学, 2008: 35-36.

[12] GARDONIO P, ELLIOTT S J. Modal response of a beam with a sensor-actuator pair for the implementation of velocity feedback control [J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 284(1/2): 1-22.

(编辑 葛赵青)